Herleitung von U_{eff} und I_{eff} einer Wechselspannung

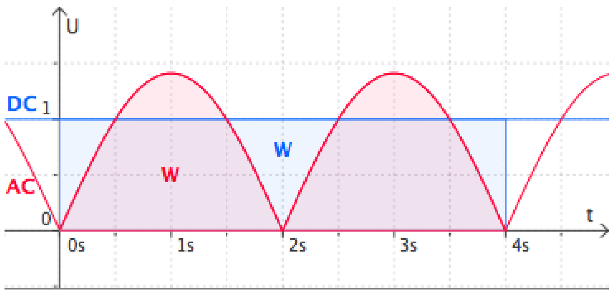
(Cornelius Poth – www.cpoth.de)

Bekannt sein sollte:

Wechselstrom/-spannung wird mit AC bezeichnet
Gleichstrom/-spannung wird mit DC bezeichnet

$$U_{(t)} = \hat{U} \cdot \sin(\omega t)$$

Nun soll nun eine Wechselspannung Û bzw. ein Wechselstrom Î gefunden werden, der während einer Zeit t genau so viel Arbeit verrichtet wie ein bestimmter Gleichstrom.



Die Arbeit wird folgendermaßen berechnet:

$$W_{(DC)} = U \cdot I \cdot t \quad \text{bzw.} \quad W_{(DC)} = R \cdot I^2 \cdot t$$

$$W_{(AC)} = \int_0^T P\, dt = \int_0^T U_{(t)} \cdot I_{(t)}\, dt = R \int_0^T I_{(t)}^2\, dt$$

$$W_{(AC)} = R \cdot \hat{I}^2 \int_0^T \sin^2(\omega \cdot t)\, dt$$

$$W_{(AC)} = \left[R \cdot \hat{I}^2 \frac{1}{2\omega} \cdot (\omega \cdot t - \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t)) \right]_0^T$$

Da $\sin(\omega \cdot t) = 0$ bei 0 und T (nach einer Periode) folgt:

$$W_{(AC)} = \left[R \cdot \hat{I}^2 \frac{t}{2} \right]_0^T \Rightarrow W_{(AC)} = \frac{R \cdot \hat{I}^2 \cdot T}{2}$$

$$W_{(DC)} = W_{(AC)}$$

$$R \cdot I^2 \cdot T = \frac{R \cdot \hat{I}^2 \cdot T}{2}$$

$$I^2 = \frac{\hat{I}^2}{2} \Rightarrow I \cdot \sqrt{2} = \hat{I}$$